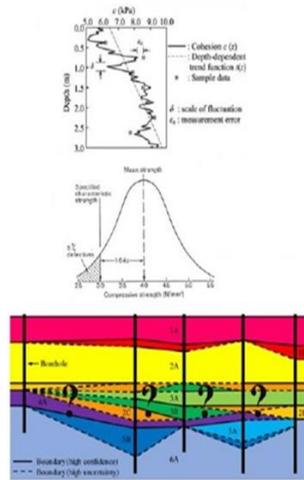
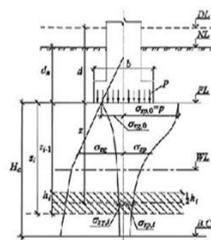


## Б. Стохастический подход

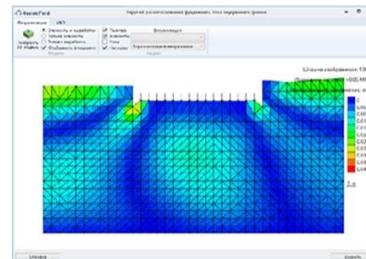
### Статистическая обработка данных



### Расчет оснований



Аналитические пешения



Численные методы

## Детерминированный и стохастические подходы к задачам инженерно-геологических исследований и проектированию оснований

Основной проблемой детерминированных методов является невозможность оценить вероятности событий для случайных явлений, которые могут произойти в грунте. Детерминистские формулировки не могут учесть естественную изменчивость грунтов и присущую дисперсию параметров грунтов, поскольку эти свойства обычно определяются с помощью показателей нормального закона распределения или изменяются субъективно в соответствии с полевыми наблюдениями и инженерными. Неопределенности, вызванные случайным поведением свойств грунта, и гипотезы, сформулированные при интерпретации параметров, могут снизить точность анализа геотехнических решений: расчет несущей способности, устойчивости склона и др. Внедрение статистических моделей, которые способны оценить неопределенности классических методологий, позволяют преодолеть недостаток точности в детерминированных методах.

Согласно ГОСТ 27751-2014 вероятностно-статистические методы рекомендуется применять для обоснования нормативных и расчетных характеристик материалов и оснований, нагрузок и коэффициентов

сочетаний. Использование указанных методов допускается при наличии достаточных данных об изменчивости основных параметров в случае, если количество (длина ряда) данных позволяет проводить их статистический анализ (в частности, эти данные должны быть однородными и статистически независимыми). Применение таких методов допускается при наличии эффективных вероятностных методик учета случайной изменчивости основных параметров, соответствующих принятой расчетной схеме.

Основным преимуществом проектирования конструкций с использованием вероятностного подхода является возможность количественной оценки надежности конструкции. Вместо использования нормативных значений, соответствующих верхним или нижним граничным значениям, вероятностный подход позволяет инженерам количественно оценить надежность проектируемых конструкций, в отличие от детерминированного проектирования, которое позволяет только определить, является ли конструкция безопасной. В большинстве случаев используется вероятностный подход к проектированию конструкций, который дает результаты, близкие к реальности и, следовательно, менее консервативные, чем детерминированный подход. Его применение позволяет по-другому проектировать конструкции и экономить на материалах и деньгах, а также оценить надежность существующей конструкции и определить, насколько она далека от разрушения.

Необходимо напомнить некоторые основные понятия, связанные с вероятностью и статистикой, такие как:

- плотность вероятности со средним значением и стандартным отклонением;
- функция распределения с медианным значением;
- нормальный закон распределения, широко используемый в инженерных и научных приложениях.

В контексте проектирования конструкций представляет интерес количественная оценка безопасности и надежности конструкций, особенно для существующих зданий и сооружений.

### *Количественная оценка надежности конструкции*

Соответствующий подход к количественной оценке надежности конструкции заключается в оценке вероятности отказа (разрушения). Вероятность отказа является надежным показателем безопасности конструкции и полезным инструментом с инженерной точки зрения.

Основные принципы статистики и вероятности могут быть применены к вероятностному анализу безопасности конструкций и позволяют математически выразить это понятие надежности, используя (ГОСТ 2394-2016):

- предельную функцию  $G = R - S$  ( $R$ - сопротивление и  $S$ - воздействие)
- индекс надежности  $\beta$ , по которому можно непосредственно определить вероятность отказа  $p_f$ .

Аналитически вероятность отказа конструкции определяется следующим образом:

$$p_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(x) \cdot F_R(x) dx \quad (1)$$

где  $F_R$  - кумулятивная функция распределения.

$$F_R(x) = P(R < x) = \int_{-\infty}^x f_R(x) dx \quad (2)$$

и  $f_S$  - функция плотности вероятности

$$P[a < S < b] = \int_a^b f_S(x) dx \quad (3)$$

Вероятность отказа  $p_f$  представляет собой вероятность выхода из строя конструкции, подвергнутая воздействию  $S$  и имеющая сопротивление  $R$ .  $S$  и  $R$  могут подчиняться различным вероятностным законам в зависимости от характера поведения вводимого параметра. В проектах, поведение  $S$  и  $R$  может быть подчинено соблюдению различных законов распределения параметров, такие как закон нормального распределения, закона Пуассона, закон Вейбулла и др. Эти законы могут быть выражены аналитически и будут описаны в разделе 2.1.

Зная, что  $G = R - S$ , вероятность отказа также может быть выражена как

$$p_f = \int_{-\infty}^0 f(G) dG = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (4)$$

где  $\Phi$  – функция с нормальным законом распределения.

Это уравнение показывает, что вероятность отказа  $p_f$  и индекс надежности  $\beta$  напрямую связаны и зависят друг от друга.

$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) \quad (5)$$

Индекс надежности дает представление о неопределенностях во входных данных, а также о вероятности отказа. Индекс надежности подходит для тех случаев, когда рассчитываются небольшие вероятности отказа. В этих случаях он подходит больше, чем метод Монте -Карло.

*Проверка безопасности конструкции*

Согласно вероятностному подходу, безопасность конструкции обеспечивается при выполнении следующего условия:

$$\beta > \beta_{lim} \text{ или } p_f < p_{lim} \quad (6)$$

Это показывает, что надежность, выраженная через  $\beta$  или вероятность отказа  $p_f$ , сравнивается с предельным значением. Это предельное значение определяет минимальную надежность конструкций.

Для новых конструкций  $\beta$  зафиксирован на уровне 4,7, что соответствует вероятности отказа  $10^{-6}$ . В ГОСТ 2394-2016, даны рекомендации по целевым значениям индекса надежности.

Индекс надежности также может быть связан с временем жизненного цикла конструкции. Это делается в таких стандартах, как Eurocode 7, где представлены различные классы надежности. Класс надежности 1 имеет расчетный срок службы 50 лет, а вероятность отказа составляет  $5 \times 10^{-4}$ . В этом случае бета-значение равно 3,3. Годовая вероятность отказа составляет  $10^{-5}$  бета-значение, равно 4,3.

Проектное значение, определенное с помощью вероятностного подхода, находится как:

- внешнее воздействие

$$S^* = S_m \cdot (1 + \beta \cdot \alpha_S \cdot v_S) \quad (7)$$

где  $S_m$  – среднее значение;  $\alpha = \frac{\sigma_S}{\sigma_G}$  – коэффициент влияния;  $\mu_S = \frac{\sigma_S}{S_m}$  – дисперсия.

- сопротивление

$$R^* = R_m \cdot (1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot v_R) \quad (8)$$

где  $R_m$  – среднее значение;  $\alpha = \frac{\sigma_R}{\sigma_G}$  – коэффициент влияния;  $\mu_R = \frac{\sigma_R}{R_m}$  – дисперсия.

Однако для более сложных примеров с большим количеством параметров, каждый из которых подчиняется другому вероятностному закону, становится невозможным найти аналитические выражения, а также вычислить интегралы с помощью уравнений (1), (2) и (3). Чтобы справиться с этим недостатком аналитических инструментов, был разработан и широко используется метод, называемый методом Монте Карло (см., ГОСТ 2394-2016), являющийся надежным методом оценки вероятности отказа.